

*Ярослав Крупський*

*Ірина Клеона*

*Надія Дубова*

## **ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ MAPLE ПРИ ВИКЛАДАННІ «ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ» СТУДЕНТАМ-ІНОЗЕМЦЯМ У ЗВТО**

Швидкий розвиток інформаційних технологій та комп'ютеризація усіх сфер діяльності – наукової, освітньої, виробничо-економічної – значно підвищують вимоги до впровадження та систематичного застосування новітніх інформаційних технологій у процес навчання й формування професійних компетентностей майбутніх фахівців.

Аналіз наукових досліджень і публікацій показав, що питанням впровадження і використання ІКТ у вищій школі займається багато науковців, зокрема, Биков С. А., Триус Ю. В., Ігнатенко В. М., Нефедченко В. Ф., Флегантов Л. О., Яковлев А. І. та ін. Проте більшість авторів сконцентрували увагу на проблемах навчання українських студентів і ніяк не враховують специфіку роботи з іноземними студентами.

Крім того, тенденція освіти характеризується збільшенням частки самостійної роботи. Тому одним із актуальних завдань навчання є формування вмінь і навичок самостійної роботи, активізація її різними доступними способами.

Практика викладання математики для студентів-іноземців підготовчого відділення показує, що успішність освоєння навчального матеріалу в процесі самостійної роботи не є ідеальною. Організація самостійної роботи в традиційному навчанні ускладнена недостатньою кількістю навчальних підручників для студентів-іноземців. Авторами розроблено свій підхід до організації самостійної роботи студента у різних її формах.

Оскільки для всіх факультетів ЗВТО вища математика є обов'язковою, розглянемо вирішення проблеми вирівнювання знань з математики до шкільної програми України у слухачів-іноземців підготовчого відділення, що може слугувати прикладом для формування у них готовності до вивчення інших фундаментальних дисциплін. Вирішення проблем подолання академічної різниці у математичній підготовці та формування готовності слухачів-іноземців підготовчого відділення до вивчення вищої математики має відбуватись на основі індивідуального підходу під час навчального процесу, який базується на застосуванні ІКТ.

Перше, що нами враховується у процесі вибору форм, методів і засобів навчання, – це можливість розвитку мотивації слухачів-іноземців до вивчення вищої математики, усвідомлення її значення для набуття якісних знань з фахових дисциплін.

Якщо дати інструмент, за допомогою якого можна перевірити свої результати, самостійна робота буде більш ефективною. Розглянемо методіку проведення практичного заняття з математики з використанням пакета Maple на тему «Застосування та методи диференціального числення», яке складається з двох частин. Перша – повторення теоретичного матеріалу, розв'язування задач на знаходження похідної. Друга частина заняття – засвоєння методу знаходження дотичної до функцій та подання комп'ютерної інтерпретації розв'язання. З методикою застосування системи комп'ютерної математики Maple у навчальному процесі можна ознайомитись у роботах [Михалевич В. М. 2011, 2013].

• Після повідомлення теми та мети заняття мотивуємо необхідність набуття вмінь і навичок за даною темою. Студентам, наприклад, пропонується оцінити, чи легко побудувати графік функції (визначити проміжки зростання, спадання, екстремум та нулі функції)  $f(x) = \frac{(x^2 - 2)x}{x^2 - 4}$  та дотичну до неї.

• Далі проводимо усний тренінг за такими, наприклад, нижченаведеними запитаннями.

- 1) Основні правила диференціювання.
- 2) Дайте означення похідної в точці  $x_0$ .
- 3) Що таке область визначення функції?

4) Знайти похідні функцій:  $y = (2x^2 + 3x - 5)^2$ ,  $y = \sin(3x - 1)$ ,  $y = \frac{x-1}{x+1}$ ,

$y = \operatorname{tg}(5x + 2)$ ,  $y = 5^{x+1}$ ,  $y = \sin x \cdot e^{4x-3}$ .

5) В чому полягає механічний зміст похідної?

6) В чому полягає геометричний зміст похідної? Кутовий коефіцієнт прямої.

7) Що таке графік функції?

• Після опитування переходимо до повторення теми «Дотична пряма до графіка функції». Для цього на екрані демонструємо слайд із опорного конспекту лекцій (рис. 1):

<b>Застосування похідної (derivative) для побудови дотичної до функції</b>	
Алгоритм	Приклад
	<b>Знайти дотичну до функції <math>f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x</math> в точці <math>x_0 = -1</math></b>
<b>1. Обчислюємо <math>f(x_0)</math></b>	$f(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - 3(-1) = 0$
<b>2 Шукаємо похідну від функції</b>	$f'(x) = 3x^2 - 4x - 3$
<b>3. Обчислюємо значення похідної в точці <math>x_0</math>, <math>f'(x_0)</math></b>	$f'(-1) = 3(-1)^2 - 4(-1) - 3 = 4$
<b>4. Підставляємо значення <math>x_0, f(x_0), f'(x_0)</math> в рівняння дотичної <math>y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)</math></b>	$y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$ $y = 4(x + 1) + 0$ $y = 4x + 4$

Рисунок 1 – Етапи знаходження дотичної до функції

• Надалі переходимо до розв'язання задач з комп'ютерною підтримкою із застосуванням математичного пакета Maple.

**Завдання 1.** Дослідити та побудувати графік функції  $f(x) = \frac{(x^2 - 2)x}{x^2 - 4}$ .

Студенти під керівництвом викладача починають розв'язувати завдання і звертяться із своїми відповідями, які демонструються на екрані:

а) Знайдемо ОДЗ нашої функції. Для цього в системі Maple вводимо дані:

```
> restart;
y:=(x^2-2)*x/(x^2-4);
```

$$y = \frac{(x^2 - 2)x}{x^2 - 4}.$$

Вибираємо знаменник нашої функції та прирівнюємо до 0:

```
> denom(y) = 0;
```

$$x^2 - 4 = 0.$$

Розв'язуємо отримане рівняння методами Maple:

```
> solve(denom(y) = 0, x);
```

$$2, -2.$$

Отже,  $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$ .

б) Знайдемо нулі функції, для цього підставимо у нашу функцію  $x=0$ , а також  $y=0$ , матимемо:

```
> subs(x = 0, y);
```

$$0$$

```
> solve(y = 0, x);
```

$$0, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

Отже, маємо такі точки перетину з осями координат  $A(0,0)$ ,  $B(\sqrt{2},0)$ ,  $C(-\sqrt{2},0)$ .

в) Дослідимо функцію на монотонність.

Щоб дослідити функцію на монотонність, скористаємось такою схемою: знайти область визначення функції (пункт а); знайти похідну функції і область визначення похідної; знайти нулі похідної, тобто значення аргументу, при яких похідна дорівнює нулю; на числовому промені, або за допомогою таблиці, позначити спільну частину області визначення функції і області визначення її похідної; визначити знаки похідної на кожному з отриманих проміжків; за знаками похідної визначити, на яких проміжках функція зростає, а на яких спадає.

> **normal(diff(y, x));**

$$\frac{x^4 - 10x^2 + 8}{(x^2 - 4)^2}$$

Прирівняємо отриману похідну до 0 та знайдемо корені рівняння:

> **solve(numer(%) = 0, x);**  
**evalf(%);**

$$\sqrt{5 - \sqrt{17}}, -\sqrt{5 - \sqrt{17}}, \sqrt{5 + \sqrt{17}}, -\sqrt{5 + \sqrt{17}}$$

0.9364263847, -0.9364263847, 3.020447918, -3.020447918

Для знаходження проміжків зростання та спадання визначаємо знак першої похідної на кожному з проміжків, отримаємо таблицю, наведену нижче.

**Таблиця 1. Результат дослідження функції на монотонність**

	$(-\infty; -3.02)$	$(-3.02; -2)$	$(-2; -0.9)$	$(-0.9; 0)$	$(0; 0.9)$	$(0.9; 2)$	$(2; 3.02)$	$(3.02; +\infty)$
$y'$	+	-	-	+	+	-	-	+
$y$	зростає	спадає	спадає	Зростає	зростає	спадає	спадає	зростає

г) Знайдемо екстремуми функції.

Мінімуми і максимуми функції називаються екстремумами функції. Якщо функція неперервна в деякій точці і в околі цієї точки зліва від неї похідна функції додатна, а справа – від'ємна, то дана точка є точкою максимуму функції. Якщо ж функція неперервна в деякій точці і в околі цієї точки зліва від неї похідна функції від'ємна, а справа – додатна, то дана точка є точкою мінімуму функції.

Звертаємо увагу студентів, що не кожна критична точка є точкою екстремуму.

Щоб дослідити функцію на екстремуми, використаємо отримані результати з таблиці 1. Як бачимо, у нас є дві точки, підозрілі на мінімум, та дві – на максимум, знайдемо значення функції в кожній із точок:

> **y(sqrt(5-sqrt(17))) = evalf(subs(x = sqrt(5-sqrt(17)), y));**  
**y(-sqrt(5-sqrt(17))) = evalf(subs(x = -sqrt(5-sqrt(17)), y));**  
**y(sqrt(5+sqrt(17))) = evalf(subs(x = sqrt(5+sqrt(17)), y));**  
**y(-sqrt(5+sqrt(17))) = evalf(subs(x = -sqrt(5+sqrt(17)), y));**

$$y(\sqrt{5 - \sqrt{17}}) = 0.3367499748$$

$$y(-\sqrt{5 - \sqrt{17}}) = -0.3367499748$$

$$y(\sqrt{5 + \sqrt{17}}) = 4.199595154$$

$$y(-\sqrt{5 + \sqrt{17}}) = -4.199595154$$

Отже, точкою мінімуму є точка  $x = -\sqrt{5 - \sqrt{17}}$ , а точкою максимуму – точка  $x = \sqrt{5 - \sqrt{17}}$ .

д) Знайдемо рівняння дотичної.

Для знаходження та побудови дотичної скористаємось навчальним Maple-тренажером, студентам достатньо лиш вказати початкову функцію та точку, в якій потрібно знайти дотичну.

Результат роботи тренажера зображено на рис. 2–3. Застосування тренажера дає можливість звірити свої отримані значення з правильною відповіддю.

restart, with(plots) : with(plottools) :

$$g := \frac{(x^2 - 2)x}{x^2 - 4} :$$

$$x[0] := -1 ;$$

print( 1. Обчислюємо значення функції в точці );

$$f(x) = g, f(x[0]) = \text{subs}(x = x[0], g);$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - 2)x}{x^2 - 4}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{3} \quad (1)$$

print( 2. Шукаємо похідну функції );

$$ff := \text{normal}(\text{diff}(g, x)) : f' := ff;$$

$$f' = \frac{x^4 - 10x^2 + 8}{(x^2 - 4)^2} \quad (2)$$

Рисунок 2 – Дотична до графіка функції

print( 3. Обчислюємо значення похідної в точці );

$$f'(x[0]) = \text{subs}(x = x[0], ff);$$

$$f'(-1) = -\frac{1}{9} \quad (3)$$

print( 4. Підставляємо отримані значення у формулу );

$$y = y' \cdot (x - x[0]) + y(x[0]);$$

$$y = \text{subs}(x = x[0], ff) \cdot (x - x[0]) + \text{subs}(x = x[0], g);$$

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0) \quad (4)$$

$$y = -\frac{1}{9}x - \frac{4}{9}$$

#Побудуємо графік

$$\text{toch} := \text{plot}([x[0], \text{subs}(x = x[0], g)], \text{style} = \text{point}, \text{symbol} = \text{circle}, \text{symbolsize} = 17, \text{color} = \text{blue}) :$$

$$gr := \text{plot}(\{g, \text{subs}(x = x[0], ff) \cdot (x - x[0]) + \text{subs}(x = x[0], g)\}, x = -6..6, y = -6..6, \text{color} = [\text{green}, \text{red}], \text{thickness} = 2) :$$

$$\text{display}([gr, \text{toch}]);$$

The plot shows a green curve representing the function  $g(x) = \frac{(x^2 - 2)x}{x^2 - 4}$  and a red line representing the tangent line  $y = -\frac{1}{9}x - \frac{4}{9}$  at the point  $(-1, -\frac{1}{3})$ . The x-axis ranges from -6 to 6, and the y-axis ranges from -6 to 6.

Рисунок 3 – Дотична до графіка функції.

**Завдання 2.** Знайти дотичну до еліпса  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  в точці (3; 2.4).

Для знаходження дотичної до неявної функції скористаємось навчальним Maple-тренажером, студентам достатньо лиш записати неявну функцію та точку, в якій потрібно знайти дотичну. Результат роботи тренажера зображено на рис. 4.

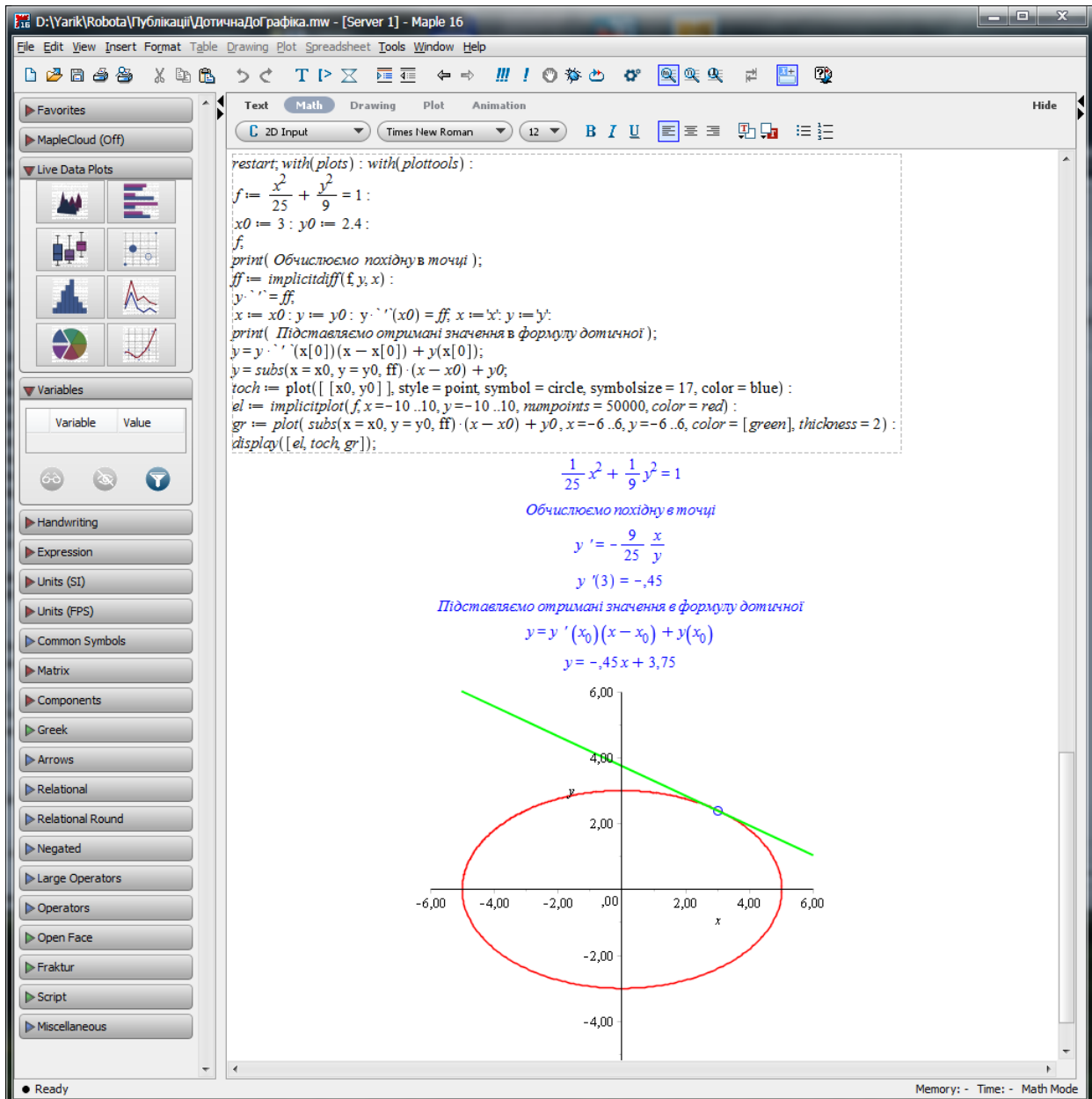


Рисунок 4 – Дотична до функції заданої неявно.

За наявності тренажера самостійна робота студента стає більш ефективною. А роль викладача полягає в наданні консультативної допомоги. Також студент має змогу самостійно розв'язувати приклади, а тренажер використовувати для перевірки своїх кроків і, в разі помилки, без допомоги викладача локалізувати їх.

## Висновки

Підводячи підсумок, можна стверджувати, що використання системи Maple надає можливість для вирівнювання знань математики до рівня шкільної програми України у процесі підготовки слухачів-іноземців до навчання в технічному ЗВО, забезпечує сприятливі умови для розвитку в

них мотивації до вивчення фундаментальних дисципліни, а також, можна побачити, що СКМ Maple особливо підходить для організації самостійної роботи студента з закріплення навчального матеріалу вивченого на заняттях та підготовки до аудиторних занять, а також використання засобів ІКТ є одним із способів оптимізації навчального процесу за рахунок створення умов для індивідуалізованого підходу при навчанні студентів.

## СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- Гребьонкіна, А. С. (2012). *Посібник з математики для іноземних студентів*. Донецьк: ДонНТУ. Взято з <http://library.donntu.edu.ua/books/met/cd903.zip>
- Корнійчук, О. (2012). Мотивація в системі навчання математичних дисциплін. Витоки педагогічної майстерності: зб. наук. праць. Серія «Педагогічні науки». Полтава: ПДПУ ім. В. Г. Короленка, 10, 144–148.
- Михалевич, В. М. & Крупський, Я. В. (2013). *Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків*: монографія. Вінниця: ВНТУ. ISBN 978-966-641-539-7.
- Михалевич, В. М. & Крупський, Я. В. (2011). Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 1(21). Взято з <http://journal.iitta.gov.ua>.
- Петрук, В. А. & Лесовий, В. Ю. (2017). *Адаптація першокурсників до навчання у вищих технічних закладах освіти*: монографія. Вінниця: ВНТУ.
- Сладких, І. А. (2011). Психолого-педагогічні аспекти формування готовності студентів-іноземців груп довузівської підготовки до навчання у технічних університетах. *Наука і освіта: педагогіка*, 6, 220–222.
- Триус, Ю. В. (2005). *Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики*. Черкаси: Брама-Україна.

## REFERENCES

- Hrebonkina, A. S. (2012). *Posibnyk z matematyky dlia inozemnykh studentiv*. Donetsk: DonNTU. Vziato z <http://library.donntu.edu.ua/books/met/cd903.zip>
- Korniichuk, O. (2012). Motyvatsiia v systemi navchannia matematychnykh dystsyplin. Vytoky pedahohichnoi maisternosti: zb. nauk. prats. Seriia «Pedahohichni nauky». Poltava: PDPU im. V. H. Korolenka, 10, 144–148.
- Mykhalevych, V. M. & Krupskyi, Ya. V. (2013). *Rozvytok systemy Maple u navchanni vyshchoi matematyky maibutnikh inzheneriv-mekhanikiv*: monohrafiia. Vinnytsia: VNTU. ISBN 978-966-641-539-7.
- Mykhalevych, V. M. & Krupskyi, Ya. V. (2011). Rozvytok systemy Maple u navchanni vyshchoi matematyky. *Informatsiini tekhnolohii i zasoby navchannia*, 1(21). Vziato z <http://journal.iitta.gov.ua>.
- Petruk, V. A. & Liesovyi, V. Yu. (2017). *Adaptatsiia pershokursnykiv do navchannia u vyshchykh tekhnichnykh zakladakh osvity*: monohrafiia. Vinnytsia: VNTU.
- Sladkykh, I. A. (2011). Psykholoho-pedahohichni aspekty formuvannia hotovnosti studentiv-inozemtsiv hrup dovuzivskoi pidhotovky do navchannia u tekhnichnykh universytetakh. *Nauka i osvita: pedahohika*, 6, 220–222.
- Tryus, Yu. V. (2005). *Kompiuterno-orientovni metodychni systemy navchannia matematyky*. Cherkasy: Brahma-Ukraina.

**Ярослав Крупський**

**Ірина Клеона**

**Надія Дубова**

## Застосування системи Maple при викладанні «диференціального числення» студентам-іноземцям у ЗВТО

В статті показано актуальність використання системи Maple під час навчання математиці студентів іноземного відділення. На прикладі практичного заняття «Застосування і методи диференціального числення» висвітлено досвід подолання проблеми активізації самостійної роботи слухачів-іноземців у ЗВТО. Розкрито методіку адаптації системи Maple до вивчення похідної зі студен-

тами-іноземцями. Зміст та організаційна форма такого заняття можуть бути реалізовані у процесі підготовки студентів технічного напрямку.

Сучасна тенденція освіти характеризується збільшенням частки самостійної роботи. Тому одним із актуальних завдань навчання є формування вмінь і навичок самостійної роботи, активізація її різними доступними способами. Практика викладання математики для студентів-іноземців підготовчого відділення показує, що успішність освоєння навчального матеріалу в процесі самостійної роботи не є ідеальною. Організація самостійної роботи в традиційному навчанні ускладнена недостатньою кількістю навчальних підручників для студентів-іноземців. Авторами розроблено свій підхід до організації самостійної роботи студента у різних її формах.

Оскільки для всіх факультетів ЗВТО вища математика є обов'язковою, у процесі навчання слухачів-іноземців підготовчого відділення потрібно розв'язати проблему вирівнювання знань з математики до шкільної програми України. Вирішення проблем подолання академічної різниці у математичній підготовці та формування готовності слухачів-іноземців підготовчого відділення до вивчення вищої математики має відбуватись на основі індивідуального підходу під час навчального процесу, який базується на застосуванні ІКТ.

**Ключові слова:** система Maple, генератор завдань, слухачі-іноземці, підготовче відділення, стилій довідник, заклад вищої технічної освіти.

**Ярослав Крупський** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, *e-mail*: kruiarik@gmail.com

**Ірина Клеона** – лаборант кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, *e-mail*: paseka08@gmail.com

**Надія Дубова** – лаборант кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, *e-mail*: kafedrvm2309@gmail.com

*Yaroslav Krupskyi*

*Iryna Kleona*

*Nadiia Dubova*

### **Application of the Maple System at the Study of «Differential Number» for Students of Foreign Employment in the Institution of Higher Technical Education**

The article shows the relevance of the use of the Maple system during the study of mathematics with students of a foreign branch. On the example of practical lesson «Application and methods of differential calculus», the experience of overcoming the problem of activating the independent work of foreign students in the technical ZVO is highlighted. The method of adaptation of the Maple system to the study of the derivative with students of the foreign branch is described. The content and organizational form of such classes can be implemented in the process of training students of technical field.

The current tendency of education is characterized by an increase in the share of independent work. Therefore, one of the most important tasks of training is the formation of skills and abilities of independent work, activating it in various accessible ways. The practice of teaching mathematics to foreign students in the preparatory department shows that the success of mastering the educational material in the process of independent work is not ideal. The organization of independent work in traditional education is complicated by the lack of educational textbooks for foreign students. The authors developed their approach to organizing independent work of the student in its various forms.

Since higher mathematics is compulsory for all faculties of FTI, in the process of training foreign-language students in the preparatory department it is necessary to solve the problem of equalization of knowledge in mathematics to the school curriculum of Ukraine. Solving the problems of overcoming the academic differences in mathematical preparation and the formation of the readiness of foreign students for the preparatory department to study higher mathematics should take place on the basis of an individual approach during the educational process, which is based on the application of ICT.

**Keywords:** Maple system, task generator, foreign language learners, preparatory department, short reference book, institution of higher technical education.

*Yaroslav Krupskiy* – Cand. Sc. (Pedagogical), Assistant Professor of the Chair of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, *e-mail*: kruyarik@gmail.com

*Iryna Kleopa* – Laboratory Assistant of the Chair of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, *e-mail*: paceka08@gmail.com

*Nadiia Dubova* – Laboratory Assistant of the Chair of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, *e-mail*: kafedrvm2309@gmail.com

*Ярослав Крупский*

*Ирина Клеопа*

*Надежда Дубова*

### **Применение системы MAPLE при преподавании «дифференциального исчисления» студентам-иностранцам в ЗВТО**

В статье показана актуальность использования системы Maple при изучении математики со студентами-иностранцами. На примере практического занятия «Применение и методы дифференциального исчисления» освещён опыт решения проблемы активизации самостоятельной работы слушателей-иностранцев в ЗВТО. Раскрыта методика адаптации системы Maple к изучению производной со студентами-иностранцами. Содержание и организационная форма такого занятия могут быть реализованы в процессе подготовки студентов технического направления.

**Ключевые слова:** система Maple, генератор задач, слушатели-иностранцы, подготовительное отделение, краткий справочник, заведение высшего технического образования.

*Ярослав Крупский* – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики, Винницкий национальный технический университет, Винница, *e-mail*: kruyarik@gmail.com

*Ирина Клеопа* – лаборант кафедры высшей математики, Винницкий национальный технический университет, Винница, *e-mail*: paceka08@gmail.com

*Надежда Дубова* – лаборант кафедры высшей математики, Винницкий национальный технический университет, Винница, *e-mail*: kafedrvm2309@gmail.com